

ЗЛАТНИ ПРЕСЕК

GOLDEN RATIO

НИКОЛА ФЛОРА, осми разред, Основна школа „Јован Јовановић Змај” Панчево,
Регионални центар за таленте „Михајло Пупин” Панчево

ЈЕЛЕНА САМАРЦИЋ, професор математике, Регионални центар за таленте „Михајло
Пупин” Панчево

РЕЗИМЕ

Златни пресек у математици и уметности је специфични однос између две величине које задовољавају следеће правило: однос њиховог збира и веће величине једнак је односу веће величине према мањој. Где год опазимо изузетну лепоту и склад најчешће ћемо открити присутност златног пресека. Златни број φ и Фибоначијев низ уткани су у само ткиво стварања: од морских шкољки до галаксија. Свуда у природи уочавамо изразе божанских пропорција. φ је у пропорцијама лица, ритму откуцаја срца, структури ДНК. Све око нас у себи садржи овај однос бројева који се назива „златни пресек“. Биљни и животињски свет, људско тело, музика, сликарство, вајарство, на крају и грађевине, почев од оних из античког времена па до савремених архитектонских здања. Златни пресек односно златна пропорција или Божанска пропорција указују на повезаност која влада између математике, природе и људског стваралаштва.

Кључне речи: златни пресек, однос две величине, златни број φ , Божанска пропорција, архитектура, уметност

ABSTRACT

The golden ratio in mathematics and art is the specific relationship between two quantities that satisfy the following rule: the ratio of their sum to larger size is equal to that of larger size to smaller. Wherever we perceive extraordinary beauty and harmony, we will most often discover the presence of a golden cross-section. The golden number φ and the Fibonacci sequence are woven into the very fabric of creation: from sea shells to galaxies. Everywhere in nature we can see expressions of divine proportions. φ is in the proportions of the face, the rhythm of the heartbeat, the structure of DNA. Everything around us contains this ratio of numbers called the "golden ratio". Plant and animal life, the human body, music, painting, sculpture, and finally buildings, starting from ancient times to modern architectural buildings. The golden ratio, or the divine proportion, indicates the connection between mathematics, nature, and human creativity.

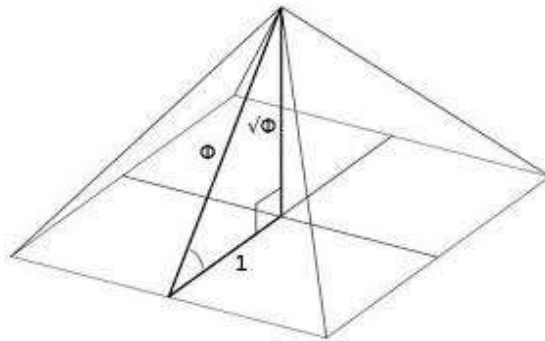
Key words: golden ratio, two-size ratio, golden number φ , Divine proportion, architecture, art

УВОД

Још од старог века филозофи су трагали за идеалном формом. Њих су пратиле архитекте, математичари, естетичари, сликари – сви они којима је била потребна савршена пропорција из које ће настати њихово дело.

Теорија златног пресека започета је у антици, а свој процват имала је у ренесанси када су уметници, математичари, физичари и астролози тражили савршенство у композицијама познатих структура.

Херодот (484 - 424. п.н.е.) је записао: „Један египатски свештеник говорећи о облику Кеопсове пирамиде споменуо ми је да је квадрат над њеном висином једнак површини бочног троугла“.



Грчки математичар Еуклид први је овај број уочио и математички изразио око 300 година п.н.е. Написао је књигу „Елементи“ у којој наводи прву забележену дефиницију златног пресека. Дата дужина се може поделити тако да правоугаоник обухваћен целом дужином и једним одсечком, буде једнак квадрату на другом одсечку.

Лука Пачоли (16. век), ренесансни геометар и математичар се бавио идејом о златном пресеку у свом делу „О божанској пропорцији“ (*Де Дивина Пропортионе*).

Златни пресек је дакле кроз читаву људску историју привлачио пажњу свим уметницима, а шта он заправо представља?

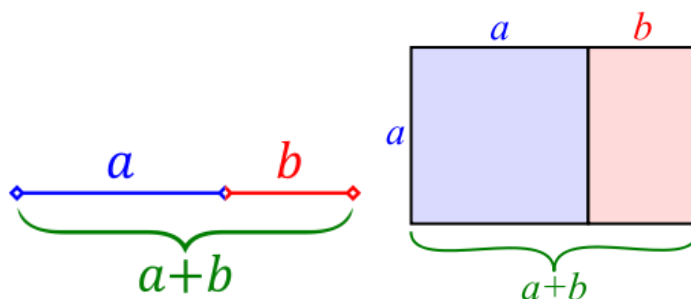
Посматрајући одувек облике у природи, човек је схватио да постоје одређени правилни односи делова и склад облика и да се они налазе у природом, односно Богом даном савршеном – идеалном односу и пропорцијама, који су због тога названи божански. Леонардо да Винчи га је назвао „златни однос“, а пресек који одваја целину на идеалне делове „златни пресек“.

РЕЗУЛТАТИ ИСТРАЖИВАЊА И ДИСКУСИЈА

Дефиниција златног пресека

Златни пресек или пропорција представља мерило лепоте. Однос између две величине који дефинише да ли је нешто складно или није, односно да ли је хармонично или није. Управо склад и хармонију представља златни пресек.

Златни пресек у математици и уметности је специфични однос између две величине које задовољавају следеће правило: однос њиховог збира и веће величине једнак је односу веће величине према мањој.



Слика 1: Златни правоугаоник
Picture 1: Golden rectangle

Златни правоугаоник је правоугаоник чије се странице налазе у односу златног пресека, односно $1:\varphi$, што је, приближно, $1:1.618$. Златни правоугаоник (у ружичастом) са дужом страном a и краћом страном b , када је постављен поред квадрата дужине a , произвешће геометријску сличност златног правоугаоника са дужом страном $a + b$ и краћом страном a . Ово илуструје однос :

$$\frac{a+b}{a} = \frac{a}{b} = \varphi$$

$$\frac{a}{b} = 1 + \frac{b}{a}$$

$$\varphi = 1 + \frac{1}{\varphi}$$

$$\varphi - 1 = \frac{1}{\varphi}$$

Па овај образац претварамо у квадратну једначину:

$$\varphi^2 - \varphi - 1 = 0$$

$$a = 1 \quad b = -1 \quad c = -1$$

$$\varphi = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$$

$$\varphi = \frac{1 \pm \sqrt{5}}{2}$$

Ова једначина има једно јединствено (ирационално) позитивно решење:

$$\varphi = \frac{1 + \sqrt{5}}{2}$$

Са златним пресеком улазимо у област мера, односа, пропорција. Да бисмо успоставили било какве релације, морамо имати најмање две величине. Однос – „А према В“ – означава меру различитости, поређење између две неједнаке ствари. На вишим плановима постојања *односа* између две неједнаке величине се изражава једноставном математичком формулом: $a:b$ односно пропорцијом.

Фибоначијев низ

У XII веку италијански математичар из Пизе, Леонардо Фибоначи, је открио бројни низ који одређује сразмеру златног пресека.

0, 1, 1, 2, 3, 5, 8, 13, 21, 34, 55, 89, 144...

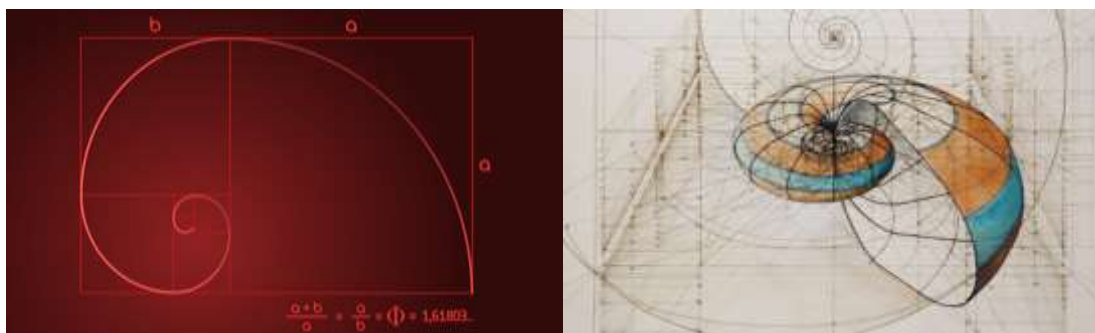
Полазећи од бројева 0 и 1 сваки следећи број је једнак збиру претходна два. Ова једноставна особина даје необичне резултате: ако поделимо сваки број тзв. Фибоначијевог низа са његовим претходником добијамо низ бројева који конвергира управо броју $\varphi \approx 1.6180339887499...$

Легенда каже да је до овог открића Фибоначи дошао посматрајући понашање зечева, чије је размножавање пратило динамику овог бројчаног низа.

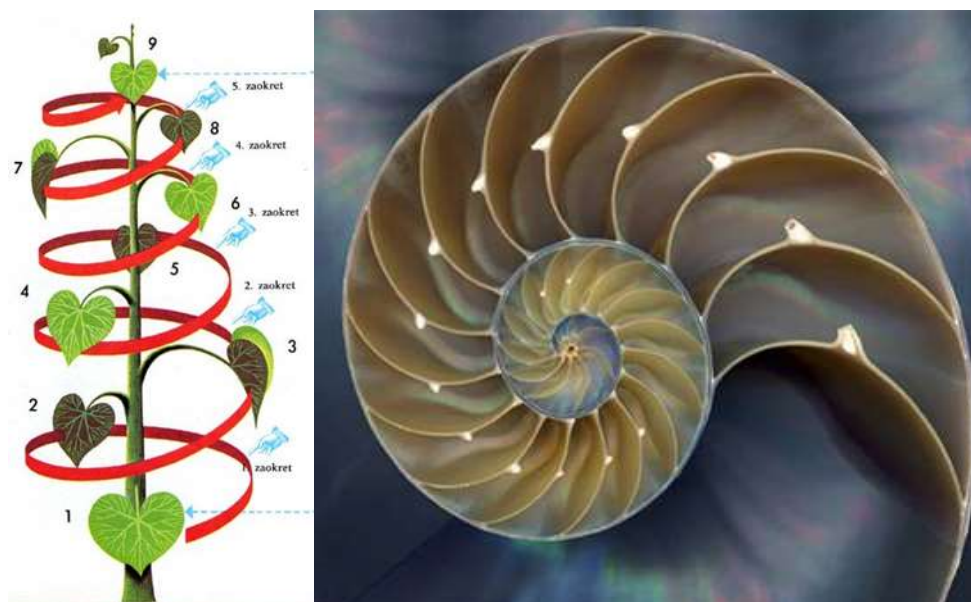
Још један начин презентације Фибоначијевог низа је цртањем квадрата одређене површине. Почињемо са два квадрата дужине странице 1, које нацртамо један до другог. Затим изнад та два квадрата нацртамо квадрат дужине странице 2 ($1+1=2$). Затим поред тако добијеног правоугаоника, нацртамо квадрат дужине странице 3 ($1+2=3$). Ако наставимо са додавањем нових квадрата на слику, таквих да је страница новог квадрата једнака збиру дужина страница претходна два, добијамо квадрате чије су дужине страница једнаке бројевима Фибоначијевог низа (слика 2).

Ако у тако добијене квадрате уцртамо правоугаоне кружне лукове, добијамо спиралу, која је веома добра апроксимација спирала које се појављују у природи код пужева, шкољки и у распореду семенки код биљака (слика 3), као и распореду листова код биљака.

Са Фибоначијевим бројевима се сусрећемо сваки дан, а да то и не опазимо. Фибоначијеви бројеви се појављују на разним биљкама, од клијања па до цветања. Приликом раста младе биљке, она се грана и листа по Фибоначијевом низу. Број латица на цвету је 3, 5 или 13, а има их и са више, али прате правилност низа (слика 3). Ретко која биљка има 4 или 6 латица.



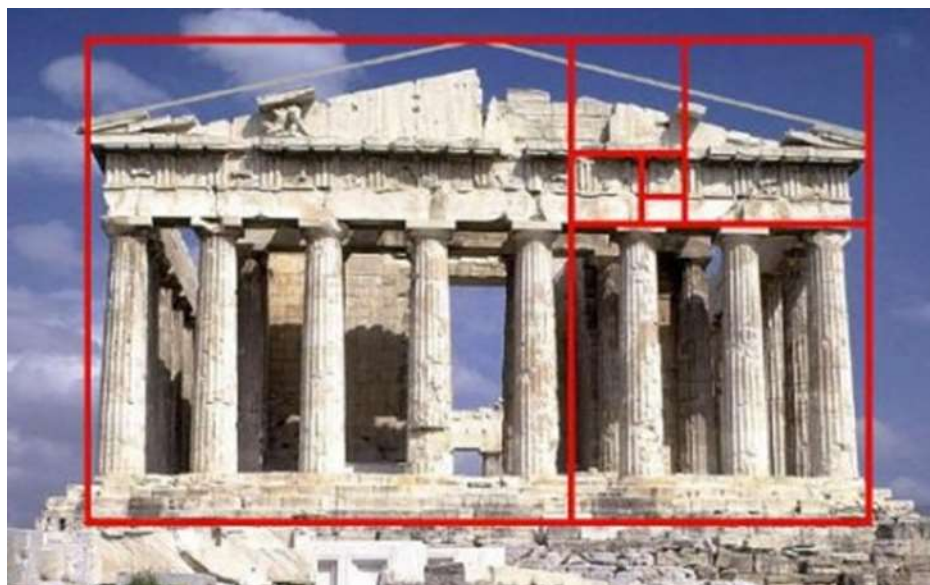
Слика 2: Презентација Фибоначијевог низа, спирала
Picture 2: Presentation of the Fibonacci sequence, spiral



Слика 3: Број латица цвета
Picture 3: Number of flower petals

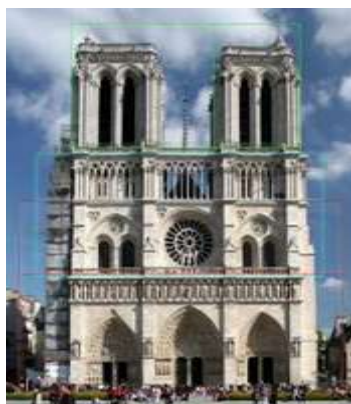
Примена златног пресека

Златни пресек је нашао примену у многим областима како дизајна и архитектуре, тако и у музици. Златни пресек пресеца векове: Био је познат Египћанима, који су га користили приликом изградње пирамида. Златни правоугаоници се налазе и у пирамидама, које су градили Маје и Астеци. Један од најпознатијих примера коришћења златног пресека у архитектури је Партеон:



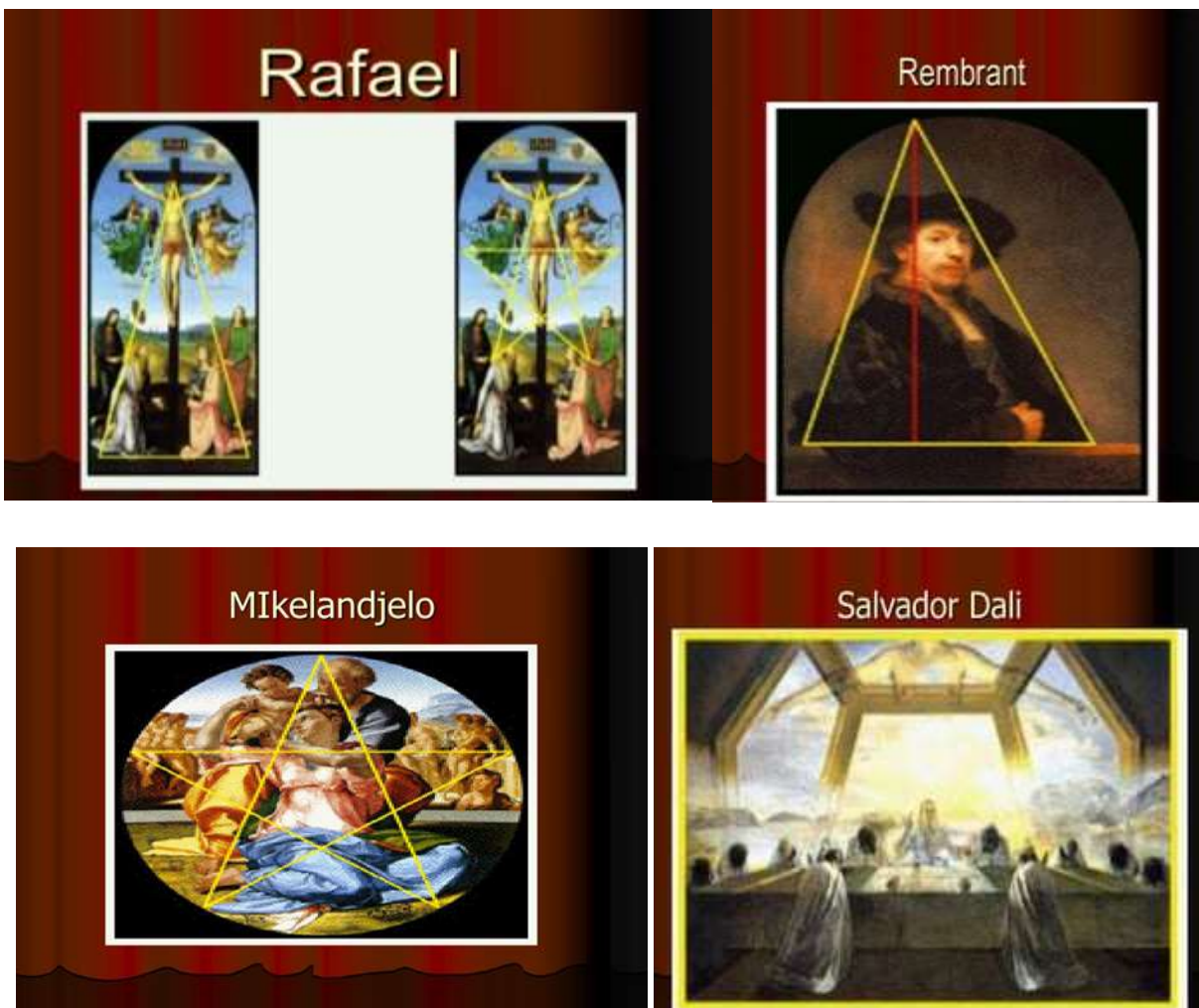
Слика 4: Партеон
Picture 4: Partheon

и црква Нотре Даме:



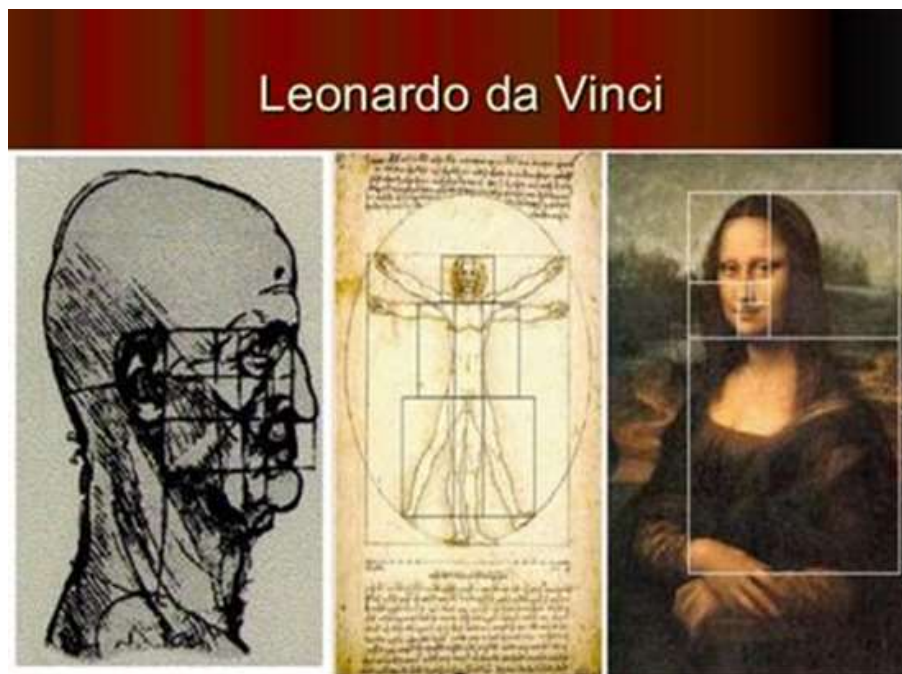
Слика 5: Црква Нотре Даме
Picture 5: Notre Dame Church

Микеланђело, Рафаел, Рембрандт, Дали, Кокс, Сеурат, Мондријан само су неки од бројних уметника, који су користили златни пресек.



Слика 6: Уметници и златни пресек
Picture 6: Artists and the golden ratio

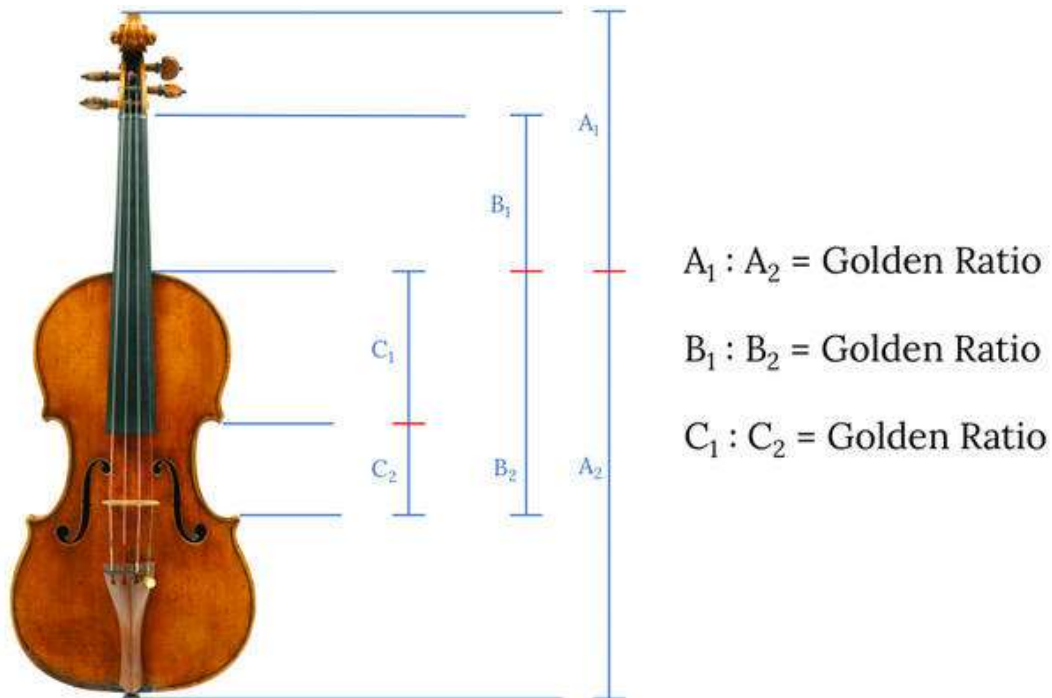
Леонардо Да Винчи (1451-1519) је показао велики интерес за математику уметности и природе. Он је урадио комплетну студију фигуре човека и показао како су њени различити делови у пропорцији златног пресека.



Слика 7: Леонардо да Винчи и златни пресек
Picture 7: Leonardo da Vinci and the Golden Section

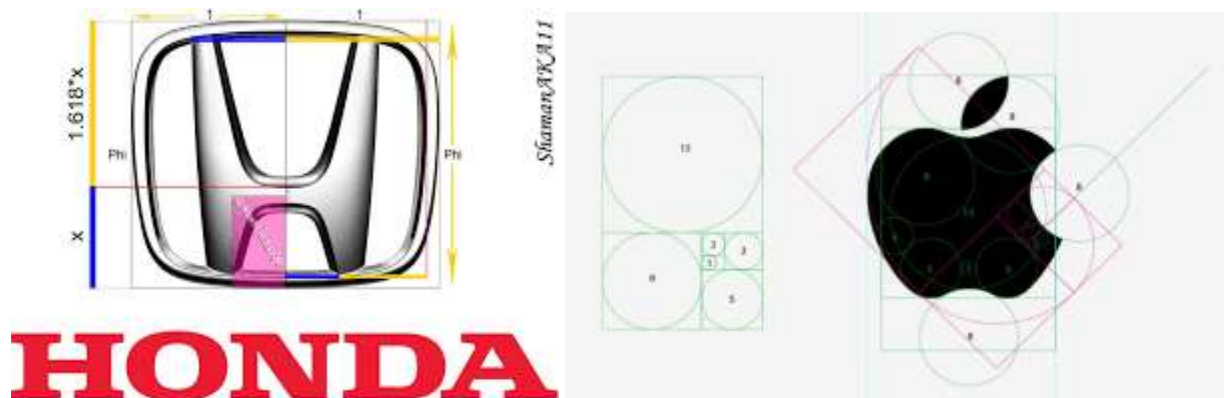
Руски композитор Себанев се бавио питањем златног пресека у музици. Анализирао је огроман број композиција разних композитора. По његовом мишљењу, квантитет и учесталост златног пресека зависи од „ранга композитора“. Генијална дела великих композитора разликују се по највишем проценту заступљености златног пресека; како он то каже: „Интуиција форме и распореда, као што се и очекује је најјача код првокласних генија.“

Антонио Стадивари (1644 – 1737) користио је златни пресек при изради својих гудачких инструмената чији се савршени звук и данас проучава.



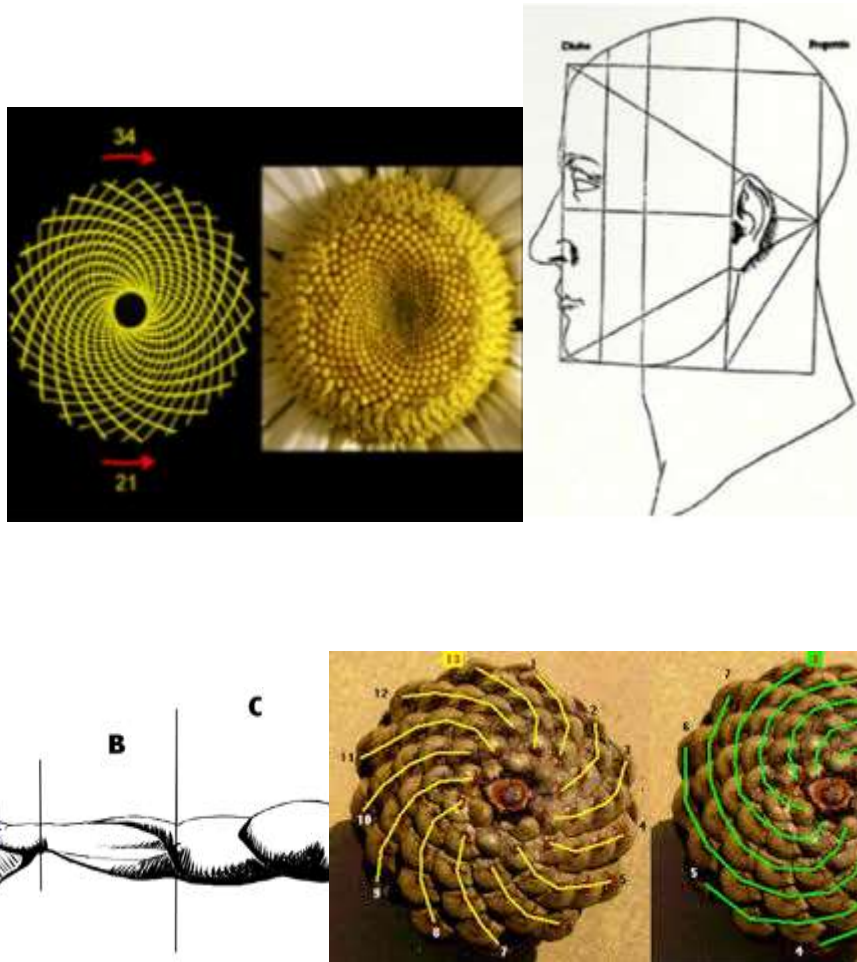
Слика 8: Израда гудачких инструмената и златни пресек
Picture 8: Making stringed instruments and the golden section

Златни пресек је такође примењен и у дизајну компанијских логоа:



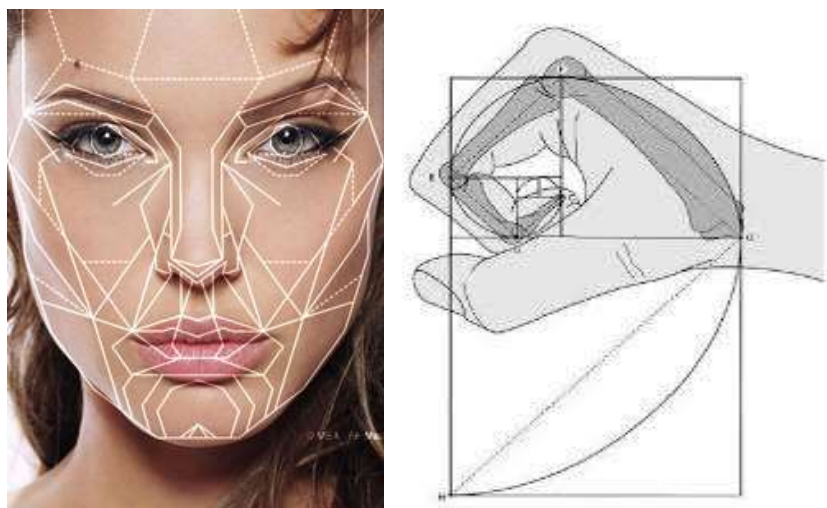
Слика 9: Дизајн компанијских логоа
Picture 9: Design of company logos

Златни пресек се проналази и у природи. Баш све у природи садржи у себи овај однос бројева који се назива златни пресек. Односи мера код биљака, животиња са запањујућом прецизношћу се приближавају броју ϕ . Људско тело, ДНК, таласи, ветрови, облаци, цео свемир је одређен овом пропорцијом.



Слика 10: Златни пресек у природи
Picture 10: The golden ratio in nature

Златни пресек се користи и у естетској хирургији. Егзактно је утврђено да се код лепих људи са правим цртама лица јавља златни пресек у виду идеалних пропорција између структура лица.



Слика 11: Златни пресек у естетској медицини
Picture 11: The golden ratio in aesthetic medicine

Анкета

Увод у анкету: Златни пресек и примена у свим областима стваралаштва. Примена златног пресека у уметности, архитектури, дизајну, естетској хирургији, ботаници као и математици што је и основни циљ мог истраживачког рада. Ваши одговори на анкету би ми помогли да стекнем увид о важности Златног пресека у општој популацији. За попуњавање ове анкете је потребно да издвојите 5 минута Вашег драгоценог времена. Унапред захвалан, аутор истраживачког рада.

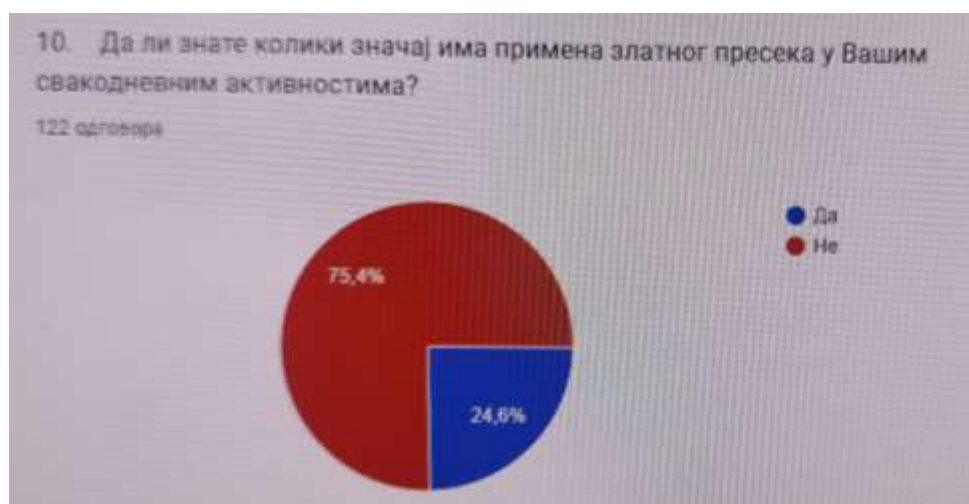
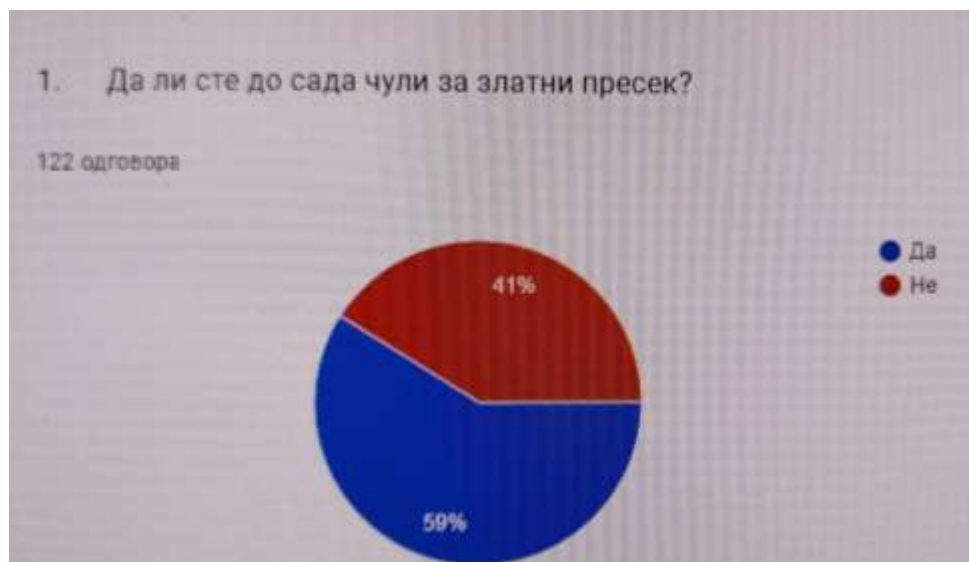
1. Да ли сте до сада чули за златни пресек?
2. Да ли знате шта представља φ ?
3. Да ли знате шта је Фибоначијев низ?
4. Да ли знате како гласи Фибоначијев низ?
5. Знате ли да је Леонардо Да Винчи користио Божански (Златни) пресек у својим делима?
6. Да ли знате шта је Партеон и где се налази?
7. Да ли знате да људско тело представља Божански пресек?
8. Да ли знате где се налази Нотр Дам?
9. Да ли знате да су латице и листови већине биљака постављени према Фибоначијевом низу 3,5,8,13...?
10. Да ли знате колики значај има примена златног пресека у Вашим свакодневним активностима?
11. Где препознајете примену златног пресека и колико је то значајно за Ваш свакодневни живот?

Кључ:

1-4 Недовољно информисани

5-7 делимично информисани

8-11 информисани



ЗАКЉУЧАК

На основу резултата истраживања и обраде одговора на постављену анкету закључујем да половина испитаника зна појам златног пресека, али мање њих зна и широку примену истог. Позната су дела и грађевине, али не и да је то директна примена златног пресека. Златни пресек представља савршен склад коме теже најблиставији умови у свим областима. „Геометрија има два велика блага: једно је Питагорина теорема, а друго златни пресек. Први се може упоредити са чистим златом, а други са непроцењивим вредностима дијаманата“. Јохан Кеплер, 16. век, немачки астроном.

ЛИТЕРАТУРА

- [1.] https://www.vzsbeograd.edu.rs/attachments/article/320/03_Proporcija_zlatni%20preseki_03%20za%20sajt.pdf
- [2.] <https://zlatnipreseci.wordpress.com/>
- [3.] А. Золић, Б. Симић, Математички мозаик, Друштво математичара Србије Београд, 1989
- [4.] https://sr.wikipedia.org/sr-el/%D0%97%D0%BB%D0%B0%D1%82%D0%BD%D0%B8_%D0%BF%D1%80%D0%B5%D1%81%D0%B5%D0%BA
- [5.] Н. W. Janson, Е. Janson, Историја уметности, BEGEN COMERC, 2016
- [6.] <https://www.matematiranje.in.rs/I%20godina/6.%20Slicnost/4.PRIMENA%20SLICNOSTI%20NA%20KRUG%20->
- [7.] https://goranagnjidicmath.wordpress.com/2014/07/26/zlatni_presek/
- [8.] <https://www.seminarski-diplomski.co.rs/MATEMATIKA/Broj-Phi-i-Fibonacijev-niz.html>
- [9.] <https://www.slideshare.net/ZarkoDacevic/zlatnipresek-u-umetnostippt>
- [10.] <https://www.slideshare.net/ZarkoDacevic/zlatnipresek-u-umetnostippt>